ANÁLISIS NUMÉRICO I — Examen Final

5 de Julio de 2021

Nombre	Carrera	Condición

PARTE PRÁCTICA

1. Si se aplica la regla de Simpson compuesta a la integral $\int_1^x \frac{1}{t}dt$ para obtener una aproximación de $log(2)$, determinar el número de subintervalos a considerar para que el error cometido en esa aproximación sea menor que 10^{-3}.

2. Se desea aproximar la función constante $f(x) = 1$ mediante funciones de la forma $ax + bx^2$.

   a) Hallar la mejor aproximación utilizando mínimos cuadrados continuos en $[-1, 1]$.

   b) Hallar la mejor aproximación utilizando mínimos cuadrados discretos en $\{-1, 0, 1\}$.

3. Sea $g(x)$ una función de punto fijo definida por $g(x) = x-f(x)f'(x)$, con $f(r) = 0$ y $f'(r) \neq 0$. Dar condiciones precisas y adecuadas sobre la función f tal que el método de punto fijo tiene orden de convergencia (al menos) tres, si se comienza suficientemente cerca de la raíz r.

PARTE TEÓRICA

4. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar:

   a) El orden de precisión de las reglas del rectángulo y del punto medio es el mismo.

   b) La regla de simpson es exacta para polinomios de grado 1.

   c) Existen dos reglas de cuadratura (integración) distintas basadas en dos puntos con precisión 1.

En los dos ejercicios que siguen, escoger la respuesta correcta y justificar adecuadamente la elección.

5. Si $x_0, x_1, \ldots, x_n$ son $n+1$ números reales distintos y $f[x_0, x_1, \ldots, x_n]$ es la diferencia dividida basada en esos $n + 1$ puntos, entonces $f[x_n, \ldots, x_1, x_0]$, la diferencia dividida basada en $x_n, \ldots, x_1, x_0$, es igual a:

   a) $f[x_0, x_1, \ldots, x_n]$

   b) $-f[x_0, x_1, \ldots, x_n]$

   c) $\frac{1}{f[x_0,x_1,\ldots,x_n]}$

   d) $\frac{f[x_0,x_1,\ldots,x_n]}{x_n-x_0}$

   e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

6. Sea $\{x_n\}$ una sucesión de números reales que converge al número z. Si se afirma que la convergencia es cuadrática, entonces se tiene que:

   a) $|x_{n+1} - z|^2 < r|x_n - z|$, con $r \in [0, 1)$

   b) $|x_{n+1} - z| < r|x_n - z|^2$, con $r \in [0, 1)$

   c) $|x_{n+1} - z|^2 < r|x_n - z|$, con $r > 0$

   d) $|x_n - z|^2 < r|x_{n+1} - z|$, con $r \in [0, 1)$

   e) $|x_{n+1} - z| < r|x_n - z|^2$, con $r > 0$

EJERCICIO PARA ALUMNOS LIBRES

7. Hallar la raíz menor (en módulo) de la ecuación $x^2-40x+0{,}25 = 0$, utilizando aritmética de punto flotante en base 10 con 4 dígitos decimales, y comparar con el resultado obtenido utilizando aritmética exacta. Calcular el error relativo. ¿A qué se debe la pérdida de dígitos significativos? Proponer otro método alternativo para calcular esa raíz con mayor precisión. ¿Cuál es el error relativo con el nuevo método?